

Документ подписан простым электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 22.11.2025 21:29:20
Уникальный программный ключ:
043f149fe29b39f38c91fa342d88c83cd0d6921f

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «**Математика**»

Уровень образования бакалавриат

Направление подготовки 23.03.01-Технология транспортных процессов
Профиль направления подготовки Организация и безопасность движения

Разработчик



Э.Т. Эмирбеков к.ф-м.н., ст. преподаватель

Фонд оценочных средств обсужден на заседании кафедры ЕГО и СД «27»09 2022г.,
протокол №2

Зав. кафедрой



С.Ф.Исмаилова

Дербент 2022 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Область применения, цели и задачи фонда оценочных средств.....	3
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля).....	5
3. Типовые контрольные задания, иные материалы и методические рекомендации, необходимые для оценки сформированности компетенций в процессе освоения ОПОП.....	1
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций.....	4
.	1
	8

1. Область применения, цели и задачи фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины «Математика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся (в т.ч. по самостоятельной работе студентов, далее – СРС), освоивших программу данной дисциплины.

Целью фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов.

Задачи фонда оценочных средств заключаются в контроле и оценке входных, текущих, промежуточных и остаточных знаний студента на соответствие их компетенциям, предусмотренным в рабочей программе дисциплины.

Рабочей программой дисциплины «Математика» предусмотрено формирование следующих общепрофессиональных компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля)

1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

1.1.1. Перечень компетенций и планируемые результаты

В результате освоения дисциплины «Математика» обучающийся по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов по профилю подготовки – «Организация и безопасность движения», в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО должен обладать следующими компетенциями (см. таблицу 1):

Таблица 1- Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа УК-1.2. Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников УК-1.3. Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач профессиональной деятельности ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и/или общепрофессиональные знания для решения задач профессиональной деятельности

2.1.2. Этапы формирования компетенций

Сформированность компетенций по дисциплине «Математика» определяется на следующих трех этапах:

1. Этап текущих аттестаций (текущие аттестации 1-3; СРС; КР)
2. Этап промежуточных аттестаций (зачет, экзамен)

Таблица 2 – Этапы формирования компетенций

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций по дисциплине «Математика»											
	Курсы											
	I				2							
	Этап текущих аттестаций				Этап промеж. аттест.	Этап текущих аттестаций				Этап промеж. аттест.		
	1-5 нед.	6-10 нед.	11-15 нед.	1-17 нед.	18-20 нед.	1-5 нед.	6-10 нед.	11-15 нед.	1-17 нед.	18-20 нед.		
Текущая аттест.1 (контр.ра б. 1)	Текущая аттес т.2 (кон тр.ра б.2)	Текущая аттес т.3 (кон тр.ра б.3)	СРС (тв орч .от чет)	КР (по ясн .за п., ГМ)	Промеж .аттест . (за чет)	Текущая аттес т.1 (кон тр.ра б. 1)	Текущая аттес т.1 (кон тр.ра б. 1)	Текущая аттес т.2 (кон тр.ра б.2)	Текущая аттес т.2 (кон тр.ра б.3)	СРС (тв орч.о тчет)	КР (поя сн.з ап .ГМ)	Промеж.аттес т. (экзамен)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
УК-1	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+
ОПК-1	+	+	+	-	-	+	+	+	+	+	-	+

СРС – самостоятельная работа студентов;

КР – курсовая работа;

ГМ – графический материал;

Знак «+» соответствует формированию компетенции.

1.2. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.2.1. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования

Результатом освоения дисциплины «Математика»

является установление одного из уровней сформированности компетенций: высокий, повышенный, базовый, низкий.

Таблица 3

Уровень	Универсальные компетенции	Общепрофессиональные/профессиональные компетенции
Высокий (оценка «отлично», «зачтено»)	Сформированы четкие системные знания и представления по дисциплине. Ответы на вопросы оценочных средств полные иверные. Даны развернутые ответы на дополнительные вопросы. Обучающимся продемонстрирован высокий уровень освоения компетенции	Обучающимся усвоена взаимосвязь основных понятий дисциплины, в том числе для решения профессиональных задач. Ответы на вопросы оценочных средств самостоятельны, исчерпывающие, содержание вопроса/задания оценочного средства раскрыто полно, профессионально, грамотно. Даны ответы на дополнительные вопросы. Обучающимся продемонстрирован высокий уровень освоения компетенции
Повышенный (оценка «хорошо», «зачтено»)	Знания и представления по дисциплине сформированы на повышенном уровне. В ответах на вопросы/задания оценочных средств изложено понимание вопроса, дано достаточно подробное описание ответа, приведены и раскрыты в тезисной форме основные понятия. Ответ отражает полное знание материала, а также наличие, с незначительными пробелами, умений и навыков по изучаемой дисциплине. Допустимы единичные негрубые ошибки. Обучающимся продемонстрирован	Сформированы в целом системные знания и представления по дисциплине. Ответы на вопросы оценочных средств полные, грамотные. Продемонстрирован повышенный уровень владения практическими умениями и навыками. Допустимы единичные негрубые ошибки по ходу ответа, в применении умений и навыков

	повышенный уровень освоения компетенции	
Базовый (оценка «удовлетворительно», «зачтено»)	Ответ отражает теоретические знания основного материала дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшего освоения ОПОП. Обучающийся допускает неточности в ответе, но	Обучающийся владеет знаниями основного материала базовом уровне. Ответы на вопросы оценочных средств неполные, допущены существенные ошибки.
	обладает необходимыми знаниями для их устранения. Обучающимся продемонстрирован базовый уровень освоения компетенции	Продемонстрирован базовый уровень владения практическими умениями и навыками, соответствующий минимально необходимому уровню для решения профессиональных задач
Низкий (оценка «неудовлетворительно», «не зачтено»)	Демонстрирует полное отсутствие теоретических знаний материала дисциплины, отсутствие практических умений и навыков	

Показатели уровней сформированности компетенций могут быть изменены, дополнены и адаптированы к конкретной рабочей программе дисциплины.

2.2.2. Описание шкал оценивания

В ФГБОУ ВО «ДГТУ» внедрена модульно-рейтинговая система оценки учебной деятельности студентов. В соответствии с этой системой применяются пятибалльная, двадцатибалльная и стобалльная шкалы знаний, умений, навыков.

Шкалы оценивания		Критерии оценивания			
Пятибалльная	Двадцатибалльная	Стобалльная			
«Хорошо» - 4 баллов	«Отлично» - 5 баллов	Показывает высокий уровень сформированности компетенций, т.е.: <ul style="list-style-type: none"> – продемонстрирует глубокое и прочное усвоение материала; – исчерпывающе, четко, последовательно, грамотно логически стройно излагает теоретический материал; – правильно формирует определения; – демонстрирует умения самостоятельной работы с нормативно-правовой литературой; – умеет делать выводы по излагаемому материалу. 			
«Удовлетворительно»	«Хорошо» - 15 - 17 баллов	«Отлично» - 18-20 баллов	Показывает достаточный уровень сформированности компетенций, т.е.: <ul style="list-style-type: none"> – демонстрирует достаточно полное знание материала, основных теоретических положений; – достаточно последовательно, грамотно логически стройно излагает материал; – демонстрирует умения ориентироваться в нормальной литературе; – умеет делать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу. 		
«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо» - 70 - 84 баллов	Показывает пороговый уровень сформированности компетенций, т.е.: <ul style="list-style-type: none"> – демонстрирует общее знание изучаемого материала; – испытывает серьезные затруднения при ответах на дополнительные вопросы; – знает основную рекомендуемую литературу; – умеет строить ответ в соответствии со структурой излагаемого материала. 		
«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	Ставится в случае: <ul style="list-style-type: none"> – незнания значительной части программного материала; – не владения понятийным аппаратом дисциплины; – допущения существенных ошибок при изложении учебного материала; – неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; – неумение делать выводы по излагаемому материалу. 		

2.2.3.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

Таблица 4 - Этапы формирования компетенций очной (заочной) формы обучения

Код компетенции	Этап формирования компетенции очной формы обучения(заочной формы обучения), семестры
УК-1	1,2
ОПК-1	1,2

2.2.4.

Показатели и критерии оценивания компетенций

Таблица 5- Показатели компетенций по уровню их сформированности (зачет/экзамен)

Показатели компетенции (ий)	Критерий оценивания	Шкала оценивания	Уровень сформированной компетенции
Знать (соответствует таблице 1)	Знает	зачтено/отлично	высокий
		зачтено/хорошо	повышенный
		зачтено/удовлетворительно	пороговый
	Не знает	не зачтено/неудовлетворительно	недостаточный
Умеет (соответствует таблице 1)	Умеет	зачтено/отлично	высокий
		зачтено/хорошо	повышенный
		зачтено/удовлетворительно	пороговый
	Не умеет	не зачтено/неудовлетворительно	недостаточный
Владеть (соответствует таблице 1)	Владеет	зачтено/отлично	высокий
		зачтено/хорошо	повышенный
		зачтено/удовлетворительно	пороговый
	Не владеет	не зачтено/неудовлетворительно	недостаточный

Таблица 6 – Соотношение показателей и критериев оценивания компетенций со шкалой оценивания и уровнем их сформированности

Показатели компетенции (ий) (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровень сформированной компетенции
Знать (соответствует таблице 1)	Показывает полные и глубокие знания, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретических знаний	высокий
	Показывает глубокие знания, грамотно излагает ответ, достаточно полно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности	повышенный
	Показывает достаточные, но не глубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы	пороговый
	Показывает недостаточные знания, не способен аргументированно и последовательно излагать материал, допускает грубые ошибки, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	недостаточный
Уметь (соответствует таблице 1)	Умеет применять полученные знания для решения конкретных практических задач, способен предложить альтернативные решения анализируемых проблем, формулировать выводы	высокий
	Умеет применять полученные знания для решения конкретных практических задач, способен формулировать выводы, но не может предложить альтернативные решения анализируемых проблем	повышенный
	При решении конкретных практических задач возникают затруднения	пороговый
	Не может решать практические задачи	недостаточный

Владеть (соответству- еттаблице 1)	Владеетнавыками,необходимымидляпрофессиональ- ной деятельности, способен оценить результат своейдеятельности	высокий
	Владеет навыками, необходимыми для профессиональной деятельности, затрудняется оценить результатсвоейдеятельности	повышен- ный
	Показывает слабые навыки, необходимые дляпрофессиональной деятельности	порогов- ый
	Отсутствие навыков	недостато- чный

2.2.5. Порядок аттестации обучающихся по дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется традиционная система оценки знаний.

По дисциплине «Математика» в 1 курсе для очного и заочного обучения предусмотрен дифференцированный зачет, а 2 курсе экзамен. Оценивание обучающегося представлено в таблицах 7 и 8.

Таблица 7 – Применение системы оценки для проверки результатов итогового контроля – зачет

Оценка	Критер- ии оценки
Зачтен о	<ul style="list-style-type: none"> – не имеет задолженностей подисциплине; – имеет четкое представление о современных методах, методиках и технологиях, применяемых в рамках изучаемойдисциплины; – правильно оперирует предметной и методическойтерминологией; <ul style="list-style-type: none"> – излагает ответы на вопросызачета; – подтверждает теоретические знания практическими примерами; – дает ответы на задаваемые уточняющие вопросы; – имеет собственные суждения о решении теоретических и практических вопросов, связанных с профессиональнойдеятельностью; – проявляет эрудицию, вступая при необходимости внаучнуюдискуссию.
Незачте- но	<ul style="list-style-type: none"> – не имеет четкого представления о современных методах, методиках технологиях, применяемых в рамках изучаемойдисциплины; – не оперирует основнымипонятиями; – проявляет затруднения при ответе на уточняющие вопросы.

Таблица 8 – Применение системы оценки для проверки результатов итоговогоконтроля (экзамен)

Оценка	Критер- ии оценки
--------	-------------------------

«отлично»	имеет четкое представление о современных методах, методиках и технологиях, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; свободно и правильно оперирует предметной и методической терминологией; свободно владеет вопросами экзаменационного билета; подтверждает теоретические знания практическими примерами; дает развернутые ответы на задаваемые дополнительные вопросы; имеет собственные суждения о решении теоретических и практических вопросов, связанных с профессиональной деятельностью.
«хорошо»	имеет представление о современных методах, методиках и технологиях, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; знает предметную и методическую терминологию дисциплины; излагает ответы на вопросы экзаменационного билета, ориентируясь на написанное им в экзаменационном листе; подтверждает теоретические знания отдельными практическими примерами; дает ответы на задаваемые дополнительные вопросы.
«удовлетворительно»	имеет посредственное представление о современных методах, методиках и технологиях, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; правильно оперирует основными понятиями; отвечает на вопросы экзаменационного билета, главным образом, зачитывая написанное в экзаменационном листе; излагает, главным образом, теоретические знания по вопросам экзаменационного билета; не во всех случаях находит правильные ответы на задаваемые дополнительные вопросы.
«неудовлетворительно»	не имеет представления о современных методах, методиках и технологиях, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; не во всех случаях правильно оперирует основными понятиями; отвечает на экзаменационные вопросы, зачитывая их с экзаменационные вопросы излагает не в полной мере; не отвечает на дополнительные вопросы

2.2.6. Определение уровня сформированности компетенций в результате изучения дисциплины «Математика»

Таблица 9 - Уровни сформированности компетенций

№	Код компетенций по ФГОС	Уровни сформированности компетенций		
		Пороговый	Достаточный	Высокий
1	2	3	4	5

			<p>общественные знания для решения задач профессиональной деятельности на достаточном уровне.</p>	
--	--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

3. Типовые контрольные задания, иные материалы и методические рекомендации, необходимые для оценки сформированности компетенций в процессе освоения ОПОП

Перечень вопросов контрольной работы по проверке входных знаний студентов

1. Множество чисел.
2. Действия с дробями.
3. Решение линейных и квадратных уравнений.
4. Решение линейных и квадратных неравенств.
5. Решение иррациональных уравнений и неравенств.
6. Решение показательных уравнений и неравенств.
7. Решение логарифмических уравнений и неравенств.
8. Решение тригонометрических уравнений и тождеств.
9. Основные геометрические фигуры и тела, их площади и объемы.
10. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

. Задания для текущих аттестаций

Аттестационная контрольная работа №1

Доказать совместность данной системы линейных уравнений и решить ее тремя способами:

- 1) методом Гаусса,
- 2) методом Крамера,
- 3) средствами матричного исчисления.
- 4) Исследуйте данную систему уравнений на совместность с использованием теоремы Кронекера-Капелли и решите её, если она совместна:

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 9x_3 = 28 \\ 7x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1 \\ 7x_1 + 9x_2 - 9x_3 = 5 \end{cases}$$

6.2.2. Аттестационная контрольная работа №2

Вариант 1.

1. Разложить вектор $C = (4, 5)$ по векторам $a = (5, 4)$ и $b = (1, -1)$.
2. Дано: $|a| = 3$, $|b| = 5$, $|c| = 8$, $(a \wedge b) = 90^\circ$, $(a \wedge c) = 90^\circ$, $(a \wedge c) = (b \wedge c) = 60^\circ$, найти $(3a - 2b)(b + 3c)$.
3. Вычислить проекцию вектора $a = (5, 2, 5)$ на ось вектора AA , если $A(-1, 1, 0)$ и $B(1, 0, 2)$.
4. Дано: $|a| = 4$, $|b| = 6$. Найти, при каком α векторы $a + \alpha b$ и $a - \alpha b$ будут взаимно перпендикулярны.

5. При каком λ векторы $a = (3\lambda, 1, 4)$, $b = (3, 2\lambda, -6)$ и $c = (3, 1, -2)$ будут компланарны?

Вариант 2.

1. Разложить вектор $C = (3, 6)$ по векторам $a = (5, 4)$ и $b = (1, -1)$.
2. Вычислить проекцию вектора $a = (3, 2, 2)$ на ось вектора AA , если $A(1, -2, 7)$ и $B(4, 2, 7)$.
3. Дано: $|a| = 3$, $|b| = 5$. Найти, при каком α векторы $a + \alpha b$ и $a - \alpha b$ будут взаимно перпендикулярны.
4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $a + b$ и b как на сторонах, если $|a| = 1$, $|b| = 2$ и $(a \wedge b) = 60^\circ$.
5. При каком λ векторы $a = (\lambda, 3, 2)$, $b = (2, -3, -4)$ и $c = (-3, 12, 6)$ будут компланарны?

Вариант 3.

1. Разложить вектор $C = (2, 7)$ по векторам $a = (5, 4)$ и $b = (1, -1)$.
2. Вычислить проекцию вектора $a = (3, 2, 1)$ на ось вектора AA , если $A(2, -2, 0)$ и $B(-2, 2, 2)$.
3. Дано: $|a| = 4$, $|b| = 10$. При каком α векторы $a + \alpha b$ и $a - \alpha b$ будут взаимно перпендикулярны?
4. При каком α векторы $p = \alpha a + 5b$ и $q = 3a - b$ будут коллинеарны, если a и b не коллинеарны.
5. При каком λ векторы $a = (1, 3, \lambda)$, $b = (4, 5, -1)$ и $c = (2, -1, 5)$ будут компланарны?

Вариант 4.

1. Разложить вектор $C = (1, 8)$ по векторам $a = (5, 3)$ и $b = (1, -1)$.
2. Вычислить проекцию вектора $a = (1, 2, 3)$ на ось вектора AA , если $A(-3, 1, 4)$ и $B(3, 3, 1)$.
3. Дано: $|a| = 4$, $|b| = 1$. При каком α векторы $a + \alpha b$ и $a - \alpha b$ будут взаимно перпендикулярны?
4. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(-1, 2, 3)$, $B(5, 1, 4)$ и $C(3, 2, 2)$.
5. При каком λ векторы $a = (0, 1, \lambda)$, $b = (1, 0, \lambda)$ и $c = (1, 1, 2)$ будут компланарны?

Вариант 5.

1. Разложить вектор $C = (0, 9)$ по векторам $a = (5, 4)$ и $b = (1, -1)$.
2. Вычислить проекцию вектора $a = (-1, 2, -3)$ на ось вектора AA , если $A(5, -5, 5)$ и $B(5, 3, 1)$.
3. Вычислить косинус угла, образованного векторами $a = (2, -4, 4)$ и $b = (-3, 2, 6)$.
4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $2a - b$ и $2a + b$, если $a = (3, -2, -2)$ и $b = (1, -2, -1)$.
5. При каком λ векторы $a = (0, 1, \lambda)$, $b = (1, 3, 4\lambda)$ и $c = (1, 1, 2\lambda)$ будут компланарны?

Вариант 6.

1. Разложить вектор $C = (-1, 10)$ по векторам $a = (5, 4)$ и $b = (1, -1)$.
2. Вычислить проекцию вектора $a = (2, 4, -6)$ на ось вектора AA , если $A(2, -2, 1)$ и $B(3, -1, 0)$.
3. Вычислить косинус угла, образованного векторами $a = (-4, 2, 4)$ и $b = (6, 2, -3)$.
4. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2, 3, 4)$, $B(1, 0, 6)$ и $C(4, 5, -2)$.
5. При каком λ векторы $a = (\lambda, 2, -3)$, $b = (1, -1, 4)$ и $c = (1, -2, 3)$ будут компланарны?

6.2.3. Аттестационная контрольная работа №3

Вариант 1. В параллелограмме $ABCD$ даны векторы $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

и $\overrightarrow{AD} = \{2; 1; -2\}$. Найти площадь параллелограмма, построенного на диагоналях параллелограмма $ABCD$.

Вариант 2. Даны три вершины параллелограмма $A(3; -2; 4)$, $B(4; 0; 3)$, $C(7; 1; 5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины C (через площадь параллелограмма).

Вариант 3. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-1; 3; 2)$, $B(1; 2; 6)$, $C(2; 5; 1)$ (средствами векторной алгебры).

Вариант 4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(5; 2; 7)$, $B(6; 1; 9)$, $C(5; 2; 8)$ (средствами векторной алгебры).

Вариант 5. Даны три вершины треугольника: $A(3; -1; 2)$, $B(3; 0; 3)$, $C(2; -1; 1)$. Найти его высоту, приняв BC за основание (через площадь треугольника).

$$\vec{a} \left\{ 1; 1; \frac{3}{2} \right\} \quad \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + \frac{9}{2}\vec{k}$$

Вариант 6. На векторах и построен параллелограмм. Найти площадь параллелограмма, сторонами которого являются диагонали данного параллелограмма.

6.2.4. Аттестационная контрольная работа №4
(Аналитическая геометрия)

Вариант 1.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(1;2)$, $B(-1;3)$, $C(-4;-2)$. Не находя координаты вершины D , найти:

- 6) уравнение стороны AD ;
- 7) уравнение высоты BK , опущенной из вершины B на сторону AD ;
- 8) длину высоты BK ;
- 9) уравнение диагонали BD ;
- 10) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Уравнение второго порядка $2x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 2 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую, определяемую этим уравнением.

Вариант 2.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-1;2)$, $B(1;-3)$, $C(4;0)$. Не находя координаты вершины D , найти:

- 1) уравнение стороны AD ;
- 2) уравнение высоты BK , опущенной из вершины B на сторону AD ;
- 3) длину высоты BK ;
- 4) уравнение диагонали BD ;
- 5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Уравнение кривой второго порядка $x^2 - 4y^2 + 6x + 4y - 8 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Вариант 3.

Задача 1. Даны точки $A(-3;2;1)$, $B(0;-3;-1)$, $C(2;0;-2)$, $D(2;-1;5)$. Найти:

- 1) общее уравнение плоскости ABC ;
- 2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC ;
- 3) канонические уравнения прямой AD ;
- 4) канонические уравнения прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AD ;

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = -t + 1 \\ z = 3t + 5 \end{cases}$$

- 5) косинус угла между прямой AD и прямой BC ;
- 6) синус угла между плоскостью ABC и прямой AD .

Задача 2. Уравнение кривой второго порядка $4y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Вариант 4.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(3;-2)$, $B(-4;3)$, $C(-1;6)$. Не находя координаты вершины D , найти:

- 1) уравнение стороны AD ;
- 2) уравнение высоты BK , опущенной из вершины B на сторону AD ;
- 3) длину высоты BK ;
- 4) уравнение диагонали BD ;
- 5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Уравнение кривой второго порядка $3x^2 + 2y^2 + 6x - 8y + 5 = 0$ путем выделения полного

квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Вариант 5.

Задача 1. Даны точки A(0;3;2), B(-1;2;-2), C(1;2;4), D(-1;-1;-2). Найти:

- 1) общее уравнение плоскости ABC;
- 2) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости ABC;
- 3) косинус угла между плоскостью $2x - 3y + z - 4 = 0$ и плоскостью ABC;
- 4) канонические уравнения прямой AB;
- 5) канонические уравнения прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB;
- 6) общее уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно прямой AB.

Задача 2. Уравнение кривой второго порядка $9x^2 - 16y^2 + 18x + 32y - 32 = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Вариант 6.

Задача 1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-2;2), B(1;-3), C(5;0). Не находя координаты вершины D, найти:

- 1) уравнение стороны AD;
- 2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
- 3) длину высоты BK;
- 4) уравнение диагонали BD;
- 5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Задача 2. Уравнение кривой второго порядка $5x^2 + 10x - y = 0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

6.2.5. Аттестационная контрольная работа №5

Вариант 1.

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2} - 3x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

2. Найти производные функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях г) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

а) $y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$; б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$;

в) $y = x \cdot \sqrt{1 + x^2}$;

$$y = \frac{3(x^2 - x + 1)}{x^2 + x + 1}$$

3. Исследовать функцию $y = \frac{3(x^2 - x + 1)}{x^2 + x + 1}$ и построить схематично ее график.

Вариант 2.

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1} \right)$$

2. Найти производные заданных функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях в) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

а) $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2 + 3x + 1}} - 2\sqrt{6x + 5}$; б) $y = \cos 2x \cdot \sin^2 x$;

в) $y = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$;

3. Исследовать функцию $y = (3 - x)e^{-3x}$ и построить схематично ее график.

Вариант 3.

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{x+1}{x}}.$$

2. Найти производные заданных функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях ε) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

a) $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1+x^2}}$; б) $y = \sin^2 5x \cdot \cos^5 3x$;

в) $y = \frac{\ln x}{x}$;

$$y = \frac{x-1}{x^2+1}$$

3. Исследовать функцию $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ и построить схематично ее график.

Вариант 4

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}.$$

2. Найти производные заданных функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях ε) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

a) $y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$; б) $y = e^{\cos^2 3x}$;

в) $y = x^2 \ln x$;

3. Исследовать функцию $y = e^{2x-x^2}$ и схематично построить ее график.

Вариант 5.

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 \sqrt{x} + \sqrt[5]{32x^{10} + 1}}{\left(x + \sqrt[4]{x}\right)^3 \sqrt[3]{x^3 - 1}}.$$

2. Найти производные заданных функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях ε) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

a) $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x}}$; б) $y = e^{\operatorname{tg} x} \cdot \cos x$;

в) $y = x e^{-x}$;

3. Исследовать функцию $y = \ln(e + x^2)$ и построить схематично ее график.

Вариант 6.

1. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{\frac{2x}{3}}.$$

2. Найти производные заданных функций $\frac{dy}{dx}$. (В случаях ε) найти производные второго порядка $\frac{d^2y}{dx^2}$.

a) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$; б) $y = \arcsin(\operatorname{tg} x)$;

в) $y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x$;

3. Исследовать функцию $y = (x^2 - 2x - 2)e^x$ и построить схематично ее график.

6.2.6. Аттестационная контрольная работа №6

Вариант 1.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int 2^{3x} \cdot (x-1) dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^e \frac{\sqrt{5 \ln x + 4}}{x} dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, \quad y = 2x, \quad y = x.$$

Вариант 2.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int x^4 \ln x dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 5}{x+1} dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \ln(x+2), \quad y = 2\ln x, \quad y = 0.$$

Вариант 3.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int 3^x (2x-5) dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^e \frac{dx}{x(\ln^2 x - 5 \ln x + 6)}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, \quad y = x^2, \quad x = -2, \quad x = 1.$$

Вариант 4.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 9}{x-1} dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^e \frac{(2 \ln x + 1)^3}{x} dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 6, \quad y = -x^2 + 5x - 6.$$

Вариант 5.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{x^4 dx}{4x^5 + 2}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, \quad y = \frac{8}{x}, \quad y = 8, \quad x = 0.$$

Вариант 6.

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 7x - 8}}.$$

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^e \ln x \cdot x^3 dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x - 5)(1 - x), \quad y = 4, \quad x = 1.$$

6.2.7. Аттестационная контрольная работа №7

Вариант 1.

1. Данна функция $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$. Показать, что $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$

2. Данна функция $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$. Показать, что $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$

3. Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = 3x^2y^2 + 5xy^2; \quad A(1; 1), \quad \bar{a} = \{2; 1\}.$$

Вариант 2.

1. Данна функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

2. Данна функция $z = e^{xy}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0$

Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = 3x^4 + 2x^2y^3; \quad A(-1; 2), \quad \bar{a} = \{4; -3\}.$$

Вариант 3.

1. Данна функция $z = \ln(x + e^{-y})$. Показать, что $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$

2. Данна функция $z = \frac{x}{y}$. Показать, что $x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1; 3), \quad \bar{a} = \{2; -1\}.$$

Вариант 4.

1. Данна функция $z = x^y$. Показать, что $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x}$

2. Данна функция $z = x e^{\frac{y}{x}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ;
2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = \arcsin \left(\frac{x^2}{y} \right); \quad A(1; 2), \quad \bar{a} = \{5; -12\}.$$

Вариант 5.

1. Данна функция. $z = \sin(x + ay)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. Данна функция $z = \cos y + (y - x) \sin y$. Показать, что $(x - y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}$

Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ;
2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = \operatorname{arctg}(xy^2); \quad A(2; 3), \quad \bar{a} = \{4; -3\}.$$

Вариант 6.

1. Данна функция $z = \frac{2x + 3y}{x^2 + y^2}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} + z = 0$

2. Данна функция $z = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2(x + y)}{x - y}$

Данна функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $\bar{a} = \{a_1, a_2\}$. Найти: 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ;
2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2; 1), \quad \bar{a} = \{1; 2\}.$$

6.2.8. Аттестационная контрольная работа №8**Вариант 1.**

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

а) $x^2 y' = (y^2 + 1)(x + 1)$; б) $(x + 2y) + xy' = 0$.

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 5y = xe^{2x}$; при

данных начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

Вариант 2.

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

а) $xyy' = \sqrt{1 + y^2}$; б) $y' - \frac{2y}{x} = 2x^3$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$; при

данных начальных условиях $y(0)=2; y'(0)=8$..

Вариант 3.

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

a) $xyy' = 1 - x^2$; б) $y' + y = e^{-x}$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения

$y'' - 5y' + 6y = (12x - 7) \cdot e^{-x}$; при данных начальных условиях $y(0)=1; y'(0)=0$

Вариант 4.

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

a) $(x^2 + 1)y' - xy = 0$; б) $y' + 2y = 4$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 9y = 10\sin x$; при

данных начальных условиях $y(0)=1; y'(0)=0$

Вариант 5.

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

a) $y'\sqrt{x^2 + 1} = xy$; б) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x$; при

данных начальных условиях $y(0)=2; y'(0)=3$

Вариант 6.

1. Определить тип дифференциальных уравнений и найти их решения:

a) $y' + y \operatorname{tg} x = 0$; б) $y' + \frac{y}{x^2} = 1$

2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' + y = 2 \cos x$; при данных

начальных условиях $y(0)=1; y'(0)=0$

6.2.9. Аттестационная контрольная работа №9

Вариант 1.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_{-8x^2}^{-2x+6} f(x, y) dy$$

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

к полярным: $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dy$

$\int_{\angle} (x^2 + y^2) dl$, где \angle - окружность $x^2 + y^2 = 4$

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее $x^2 + z^2 = 1$, $2x + y = 2$, $y - 2$, $z = 0$ $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$

Вариант 2.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования

$$\int_1^3 dx \int_0^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$$

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dy$$

к полярным:

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го

$$\int_{\angle} \frac{dl}{\sqrt{8 - x^2 - y^2}}, \text{ где } \angle - \text{ отрезок прямой, соединяющий точки } O(0,0) \text{ и } B(2,2) \text{ рода}$$

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$

Вариант 3.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области

$$\int_0^1 dy \int_{-4y-4}^{-8y^3} f(x, y) dx$$

интегрирования

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

$$\int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$$

к полярным:

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_{\angle} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl, \text{ где } \angle - \text{ отрезок прямой, соединяющий точки } A(0,4) \text{ и } B(4,0)$$

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $x^2 + y^2 = z^2$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$

Вариант 4.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy$$

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{tg \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

к полярным:

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_{\angle} y dl, \text{ где } \angle - \text{ дуга астроиды } x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, \text{ заключенная между точками } A(1,0) \text{ и } B(0,1)$$

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее.
 $y^2 + z^2 = y$, $y^2 + z^2 = x^2$, $x = y$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$

Вариант 5.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования

$$\int_{-1}^0 dy \int_{2y-6}^{8y^3} f(x, y) dx$$

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \cos(x^2 + y^2) dy$$

к полярным:

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_{\mathcal{L}} \sqrt{2ydl}, \text{ где } \mathcal{L} - \text{ первая прямая циклоиды } x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t)$$

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задачи первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $z^2 = 2xy, x = y^2, y = 1, z = 0, x > 0, y > 0, z > 0$

Вариант 6.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования

$$\int_0^8 dx \int_{4x-4}^{8x^3} f(x, y) dy$$

2. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

к полярным:

3. Вычислить криволинейный интеграл 1-го

$$\int_{\mathcal{L}} \frac{(y^2 - x^2)xydl}{(x^2 + y^2)^2}, \text{ где } \mathcal{L} - \text{ дуга кривой } r = 9 \sin 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

4. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задачи первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $z^2 = 2xy, x = y, x = 1, z = 0, x > 0, y > 0, z > 0$

6.2.10. Аттестационная контрольная работа №10

Вариант 1.

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n-1}}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} - \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость ряда

$$\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{2^3 \cdot 3} + \frac{1}{2^5 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2^{2n-1} \cdot (2n-1)} + \dots$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = xe^{-2x}$

Вариант 2.

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^2 - n}}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^4} + \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость ряда

$$1 + \frac{5}{2!} + \frac{5^2}{3!} + \dots + \frac{5^{n-1}}{n!} + \dots$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = e^{-x^2}$

Вариант 3.

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2 + 2}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} - \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость рядов

$$\frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2^2}{2 \cdot 3} + \frac{2^3}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{2^n}{n \cdot (n+1)} + \dots$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию
 $y = \sin 3x + x \cos 3x$ **Вариант 4.**

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$-1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} - \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость ряда

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию

$$y = \frac{1}{1+x^2}$$

Вариант 5.

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 - \left(\frac{4}{9}\right)^4 + \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{x}{9+x^2}$ **Вариант 6.**

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$$

2. Исследовать на сходимость (абсолютную или условную) знакочередующийся ряд

$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{n^2 + 1} + \dots$$

3. Исследовать по признаку Даламбера сходимость ряда

$$1 + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{3^2} + \frac{4^2}{3^3} + \dots + \frac{n^2}{3^{n-1}} + \dots$$

4. Разложить в ряд по степеням x функцию

$$y = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$$

6.2.11. Аттестационная контрольная работа №11

1. Данна функция $f(x, y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор $\bar{a}(a_x; a_y)$. (См. таблицу ниже). Найти:

- 1) $\operatorname{grad} z$ в точке A ;
- 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

2. Данна кривая L . С помощью криволинейных интегралов:

- a) вычислить массу M отрезка кривой L от точки $B(x_1, y_1)$ до точки $C(x_2, y_2)$, если задана плотность $f(x, y)$;
- б) вычислить работу силы $\bar{F}(x, y) = P(x, y)\bar{i} + Q(x, y)\bar{j}$ при перемещении точки по кривой от точки $B(x_1, y_1)$ до точки $C(x_2, y_2)$.

3. На поверхности S , отсекаемой координатными плоскостями, распределен электрический заряд с плотностью $f(x, y, z)$. Вычислить суммарный заряд поверхности.

4. Даны векторное поле $\bar{F} = \bar{F}_x\bar{i} + \bar{F}_y\bar{j} + \bar{F}_z\bar{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0(p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V . Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p) , λ – контур, ограничивающий σ ; \bar{n} – нормаль к σ , направленная вне пирамиды V . Требуется вычислить:

- поток вектора \bar{F} через поверхность σ в направлении нормали \bar{n} ;
- циркуляцию векторного поля \bar{F} по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью \bar{n} ;
- поток векторного поля \bar{F} через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Гаусса-Остроградского. Сделать чертёж.

Таблица

№ вар-та	Задания
-------------	---------

1. $z = x^2 + xy + y^2$; $A(1; 1)$, $\bar{a}(2; -1)$.

2) L : окружность $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$; от $B(5, 0)$, против часовой стрелки до $C(0, 5)$;

$f(x, y) = x$; $\bar{F}(x, y) = (x^2 - y)\bar{i} - (x - y^2)\bar{j}$.

S : $x + 2y + z = 1$; $f(x, y, z) = z + 2x$.

$\bar{F} = (x + z)\bar{i}$; $x + y + z - 2 = 0$.

2. $z = 2x^2 + 3xy + y^2$; $A(2; 1)$, $\bar{a}(3; -4)$.

2) L : отрезок прямой $y = \frac{5}{2}x - 5$; $B(2, 0)$; $C(4, 5)$; $f(x, y) = x^2 + y$;

$\bar{F}(x, y) = (x + y)\bar{i} - (x - y)\bar{j}$.

S : $2x + y + z = 1$; $f(x, y, z) = z - x$.

$\bar{F} = (y - x + z)\bar{i}$; $2x - y + 2z - 2 = 0$.

$$z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1), \quad \bar{a}(3; 2).$$

2) L : отрезок прямой $y = -x + 1$; $B(1, 0)$, $C(0, 1)$;

3. $f(x, y) = 2x + y$; $\bar{F}(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \bar{i} - \frac{x}{x^2 + y^2} \bar{j}$.

$$S: 4x + y + z = 2; \quad f(x, y, z) = z + y.$$

$$\bar{F} = (x + 7z) \bar{i}; \quad 2x + y + z - 4 = 0.$$

$$z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1), \quad \bar{a}(2; -1).$$

2) L : парабола $y = x^2$; $B(-1; 1)$, $C(1; 1)$; $f(x, y) = x + y^2$;

4. $\bar{F}(x, y) = (x^2 - 2xy) \bar{i} + (y^2 - 2xy) \bar{j}$.

$$S: 2x + 2y + z = 1; \quad f(x, y, z) = z - 2x + y.$$

$$\bar{F} = (x + 2y - z) \bar{i}; \quad -x + 2y + 2z - 4 = 0.$$

$$z = 5x^2 + 6xy; \quad A(2; 1), \quad \bar{a}(1; 2).$$

2) L : эллипс $x = 3 \cos t$, $y = 2 \sin t$; от $B(3; 0)$ до $C(-3; 0)$ против часовой стрелки

5. $f(x, y) = y$; $\bar{F}(x, y) = (x^2 y - 3x) \bar{i} + (yx^2 + 2y) \bar{j}$.

$$S: 2x + 3y + z = 2; \quad f(x, y, z) = z - x - y.$$

$$\bar{F} = (2x + 3y - 3z) \bar{j}; \quad 2x - 3y + 2z - 6 = 0.$$

$$z = \operatorname{arctg}(xy^2); \quad A(2; 3), \quad \bar{a}(4; -3).$$

2) L : отрезок прямой $y = -2x + 7$; $B(1; 5)$, $C(3; 1)$; $f(x, y) = xy$;

6. $\bar{F}(x, y) = (x^2 + y) \bar{i} - (y^2 + x) \bar{j}$.

$$S: x + y + 2z = 2; \quad f(x, y, z) = z + x.$$

$$\bar{F} = (2x + 4y + 3z) \bar{k}; \quad 3x + 2y + 3z - 6 = 0.$$

6.2.12. Аттестационная контрольная работа №12

Вариант 1.

1. Представить данные комплексные числа в алгебраической форме.

a) $\sin(\pi/4 + 2i)$ b) $\operatorname{Arctg}(-i/3)$; б) $\cos(\pi/6 + 2i)$ b) $\operatorname{Arcsin}4$.

2. Начертить область, заданную неравенствами

a) $|z - 1| \leq 1$; $|z + 1| > 2$; б) $|z - 1| \geq 1$; $|z| < 2$.

3. Проверить, что $u(x, y)$ (или $v(x, y)$) является действительной (или мнимой) частью аналитической функции $f(z)$. Восстановить $f(z)$ по известной действительной (или мнимой) части и данному значению $f(z_0)$.

a) $u = x^2 - y^2 + x$, $f(0) = 0$; б) $u = x^3 - 3xy^2 + 1$, $f(0) = 1$.

Вариант 2.

1. Представить данные комплексные числа в алгебраической форме.

a) $\operatorname{sh}(2 + i\pi/4)$ b) $\operatorname{Arctg}(2 - i)$; б) $\operatorname{ch}(2 + i\pi/2)$ b) $\operatorname{Arcsin}(17/8)$.

2. Начертить область, заданную неравенствами:

a) $|z - i| \leq 2$; $\operatorname{Re}\{z\} > 1$; б) $|z + 1| \geq 1$; $|z + i| < 1$.

3. Проверить, что $u(x, y)$ (или $v(x, y)$) является действительной (или мнимой) частью аналитической функции $f(z)$. Восстановить $f(z)$ по известной действительной (или мнимой) части и данному значению $f(z_0)$.

a) $v = e^x (\cos y + x \sin y)$, $f(0) = 0$; б) $u = x^2 - y^2 - 2y$, $f(0) = 0$.

Вариант 3.

1. Представить данные комплексные числа в алгебраической форме

a) $\sin(\pi/3 + i)$ b) $\operatorname{Arch}(3i)$; б) $\cos(\pi/4 + i)$ b) $\operatorname{Arch}(-2)$.

2. Начертить область, заданную неравенствами:

a) $|z + 1| < 1$; $|z - i| \leq 1$; б) $|z + i| \leq 2$; $|z - i| > 2$.

3. Проверить, что $u(x,y)$ (или $v(x,y)$) является действительной (или мнимой) частью аналитической функции $f(z)$. Восстановить $f(z)$ по известной действительной (или мнимой) части и данному значению $f(z_0)$.

a) $u = e^{-y} \sin x + y$, $f(0) = 1$; б) $v = e^x \cos y$, $f(0) = 1 + i$.

Вариант 4.

1. Представить данные комплексные числа в алгебраической форме

a) $\operatorname{sh}(1 + i\pi/2)$ b) $\operatorname{Arccos}(-5)$; б) $\operatorname{ch}(1 - i\pi)$ b) $\operatorname{Arctg}(-5i/3)$.

2. Начертить область, заданную неравенствами:

a) $|z - 1 - i| \leq 1$; $\operatorname{Re}\{z\} \geq 1$; $\operatorname{Im}\{z\} > 1$.

3. Проверить, что $u(x,y)$ (или $v(x,y)$) является действительной (или мнимой) частью аналитической функции $f(z)$. Восстановить $f(z)$ по известной действительной (или мнимой) части и данному значению $f(z_0)$.

a) $u = y - 2xy$, $f(0) = 0$; б) $v = x^2 - y^2 + 2x + 1$, $f(0) = i$

Вариант 5.

1. Представить данные комплексные числа в алгебраической форме

a) $\cos(\pi/4 - 2i)$ b) $\operatorname{Arch}(-4i)$; б) $\operatorname{sh}(2 - i\pi)$ b) $\operatorname{Arccos}(-3i)$

2. Начертить область, заданную неравенствами:

a) $|z - 1 + i| \geq 1$; $\operatorname{Re}\{z\} < 1$; $\operatorname{Im}\{z\} \leq 1$.

3. Проверить, что $u(x,y)$ (или $v(x,y)$) является действительной (или мнимой) частью аналитической функции $f(z)$. Восстановить $f(z)$ по известной действительной (или мнимой) части и данному значению $f(z_0)$.

a) $u = e^{-y} \cos x$, $f(0) = 1$; б) $v = 3x^2 y - y^3$, $f(0) = 1$

Перечень вопросов к зачету по математике за 1-й семестр

Линейная и векторная алгебра

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Действия над матрицами.
3. Определители. Основные понятия. Свойства определителей. Алгебраическое дополнение.
4. Невырожденные матрицы. Основные понятия. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
7. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Решение невырожденных линейных систем. Формула Крамера.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
10. Системы линейных однородных уравнений.
11. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами.
12. Проекции вектора на ось.
13. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
14. Действия над векторами, заданными проекциями.
15. Скалярное произведение векторов и его свойства. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения.
16. Выражение скалярного произведения через координаты. Некоторые приложения скалярного произведения.
17. Векторное произведение векторов. Определение векторного произведения. Свойства векторного произведения.
18. Выражение векторного произведения через координаты. Некоторые приложения векторного произведения.
19. Смешанное произведение векторов. Определение смешанного произведения, его геометрический смысл. Свойства смешанного произведения векторов.
20. Выражение смешанного произведения через координаты. Некоторые приложения смешанного произведения.

Аналитическая геометрия

21. Система координат на плоскости (Декартова и полярная системы). Основные понятия.
22. Преобразование системы координат (параллельный перенос и поворот осей координат).
23. Линии на плоскости. Основные понятия.
24. Уравнения прямой на плоскости. Угловой коэффициент. Уравнения прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
25. Уравнения прямой в отрезках. Уравнения прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Полярное уравнение прямой.
26. Нормальное уравнение прямой.
27. Прямая линия на плоскости. Угол между двумя прямыми и условия их перпендикулярности.
28. Расстояние от точки до прямой.
29. Линии второго порядка на плоскости. Окружность.
30. Эллипс (каноническое уравнение, исследование формы эллипса по его уравнению).
31. Гипербола (каноническое уравнение, исследование формы гиперболы по ее уравнению).
32. Парабола (каноническое уравнение, исследование форм параболы по ее уравнению).
33. Общее уравнение линий второго порядка. Уравнения кривых 2-го порядка с осями симметрии, параллельными осям координат.
34. Общее уравнение 2-го порядка.
35. Уравнения линий и поверхностей в пространстве. Основные понятия.
36. Уравнения плоскости в пространстве (уравнения плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости).
37. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках.
38. Нормальное уравнение плоскости.
39. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
40. Расстояние от точки до плоскости.
41. Уравнение прямой в пространстве (векторное уравнение прямой, канонические уравнения прямой).
42. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки. Общие уравнения прямой.
43. Прямая линия в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условия, при котором две прямые лежат в одной плоскости.
44. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
45. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
46. Пересечение прямой с плоскостью. Условие принадлежности прямой плоскости.
47. Цилиндрические поверхности.
48. Поверхности вращения. Канонические поверхности.
49. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Эллипсоид.
50. Однополосный гиперболоид.
51. Двухполосный гиперболоид.
52. Эллиптический параболоид.
53. Гиперболический параболоид.
54. Конус второго порядка.

Введение в анализ

55. Множества. Числовые множества. Множество действительных чисел.
56. Числовые промежутки. Окрестность точки.
57. Функция. Понятие функции.
58. Числовые функции. График функции. Способы задания функций.
59. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция.
60. Основные элементарные функции и их графики.
61. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
62. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e . Натуральные логарифмы.
63. Предел функции. Предел функции в точке. Предел функции при $x \rightarrow \infty$.
64. Односторонние пределы.
65. Бесконечно большая функция (Б.Б.Ф.).
66. Бесконечно малые функции (Б.М.Ф.). Определения и основные теоремы.
67. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
68. Основные теоремы о пределах.
69. Признаки существования пределов. Первый замечательный предел.

70. Второй замечательный предел.
71. Эквивалентные бесконечно малые функции их сравнение.
72. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них.
73. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.
74. Непрерывность функций. Непрерывность функций в точке. Непрерывность функций в интервале и на отрезке.
75. Точки разрыва функции и их классификация.
76. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
77. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Перечень вопросов к экзамену по математике за 2-й семестр
Введение в анализ

1. Производная. Задачи, приводящие к понятию производной.
 (Скорость прямолинейного движения. касательная к кривой).
2. Определение производной; ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
3. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
4. Производная суммы, разности, произведения и частного функций.
5. Производная сложной и обратной функций.
6. Производные основных элементарных функций.
7. Гиперболические функции и их производные.
8. Правила дифференцирования. Таблица производных.
9. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
10. Дифференцирование неявно заданной функции.
11. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
12. Логарифмическое дифференцирование.
13. Производные высших порядков явно и неявно заданных функций.
14. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
15. Дифференциал функции. Понятие дифференциала функции.
 Геометрический смысл дифференциала функции. Основные теоремы о дифференциалах.
16. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
17. Дифференциалы высших порядков.
18. Исследование функций при помощи производных. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях (Теорема Ролля. Теорема Коши).
19. Теорема Лагранжа.
20. Правило Лопитала (раскрытия неопределенностей).
21. Возрастание и убывание функций (основные теоремы).
22. Максимум и минимум функций (основные теоремы).
23. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
24. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.
26. Общая схема исследования функции и построения графика.
27. Формула Тейлора. Формула Тейлора для многочлена.
28. Формула Тейлора для произвольной функции.
29. Понятия и представления комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.
30. Действия над комплексными числами. Сложение комплексных чисел. Вычитание комплексных чисел.
31. Умножение комплексных чисел. Деление комплексных чисел.
32. Извлечение корней из комплексных чисел.

Неопределенный интеграл

33. Понятие неопределенного интеграла.
34. Свойства неопределенного интеграла.
35. Таблица основных неопределенных интегралов.
36. Метод непосредственного интегрирования.
37. Метод интегрирования подстановкой (заменой переменной).
38. Метод интегрирования по частям.

39. Интегрирование рациональных функций (многочлена).
40. Интегрирование дробно-рациональных функций (метод неопределенных коэф-фициентов).
41. Интегрирование простейших рациональных дробей.
42. Интегрирование рациональных дробей.
43. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригоно-метрическая подстановка.
44. Интегралы типа $\int \sin^m x * \cos^n x dx$.
45. Интегрирование иррациональных функций. Квадратичные иррациональности и дробно-линейная подстановка.
46. Тригонометрическая подстановка при интегрировании.
47. Интегрирование дифференциального бинома.
48. «Берущиеся» и «неберущиеся» интегралы.

Определенный интеграл

49. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
50. Геометрический и физический смысл определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции; работа переменной силы).
51. Формула Ньютона-Лейбница.
52. Основные свойства определенного интеграла.
53. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование подстановкой (заменой переменной).
54. Вычисление определенного интеграла. Интегрирование по частям.
55. Вычисление определенного интеграла. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
56. Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования. (несобственный интеграл I рода).
57. Интеграл от разрывной функции (несобственный интеграл II рода).
58. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
59. Вычисление площадей плоских фигур.
60. Вычисление длины дуги плоской кривой.
61. Вычисление объема тела.
62. Вычисление площади поверхности вращения.
63. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула прямоугольников.
64. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула трапеций.
65. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула парабол (Симпсона).

Перечень вопросов к зачету по математике за 3-й семестр *Функции нескольких переменных*

1. Функции двух переменных. Предел функции двух переменных.
2. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
3. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
4. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.
5. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
6. Дифференциалы высших порядков.
7. Производная сложной функции нескольких переменных. Полная производная.
8. Инвариантность формы полного дифференциала.
9. Дифференцирование неявной функции.
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области.

Дифференциальные уравнения

13. Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
14. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия.
15. Уравнения с разделяющимися переменными.
16. Однородные дифференциальные уравнения.

17. Линейные дифференциальные уравнения (метод Бернулли, Метод Лагранжа).
18. Уравнение Я. Бернулли.
19. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
20. Уравнения Лагранжа и Клеро.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков.
22. Уравнения, допускающие понижение порядка.
23. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
24. Линейные однородные ДУ второго порядка.
25. Линейные однородные ДУ n -го порядка.
26. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений (ЛОДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами.
27. Интегрирование ЛОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами.
28. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ). Структура общего решения ЛНДУ второго порядка.
29. Метод вариации произвольных постоянных.
30. Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
31. Интегрирование ЛНДУ n -го порядка ($n > 2$) с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
32. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем.
33. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

Двойные и тройные интегралы

34. Двойной интеграл. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
35. Свойства двойного интеграла.
36. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
37. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
38. Тройной интеграл. Основные свойства.
39. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
40. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах.
41. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.

Криволинейные интегралы

42. Криволинейный интеграл 1-го рода. Основные понятия.
43. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
44. Некоторые приложения криволинейного интеграла 1-го рода.
45. Криволинейный интеграл 2-го рода. Основные понятия.
46. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
47. Формула Остроградского – Грина (связь между двойным и криволинейным интегралами).
48. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.
49. Некоторые приложения криволинейного интеграла 2-го рода.

Поверхностные интегралы

50. Поверхностный интеграл 1 рода. Основные понятия.
51. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода.
52. Некоторые приложения поверхностного интеграла 1-го рода.
53. Поверхностный интеграл 2-го рода. Основные понятия.
54. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода.
55. Формула Остроградского – Гаусса (связь между поверхностным интегралом 11- рода по замкнутой поверхности и тройным интегралом по объему).
56. Формула Стокса (Связь между поверхностными и криволинейными интегралами 11 рода).
57. Некоторые приложения поверхностного интеграла 2-го рода.

Перечень вопросов к экзамену по математике за 4-й семестр

Числовые ряды

1. Числовые ряды. Ряд геометрической прогрессии.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
3. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения рядов.
4. Признак Даламбера.

5. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
6. Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
7. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
8. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Функциональные ряды

9. Функциональные ряды. Основные понятия.
10. Сходимость степенных рядов. Теорема Н.Абеля.
11. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
12. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
13. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
14. Приближенное вычисление значений функции.
15. Приближенное вычисление определенных интегралов.
16. Приближенное решение дифференциальных уравнений.

Ряды Фурье

17. Ряды Фурье. Периодические функции. Периодические процессы.
18. Тригонометрический ряд Фурье.
19. Разложение в ряд Фурье 2π – периодических функций. Теорема Дирихле.
20. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
21. Разложение в ряд Фурье функции произвольного периода.
22. Представление непериодической функции рядом Фурье.
23. Комплексная форма ряда Фурье.
24. Интеграл Фурье.

Элементы теории поля

25. Основные понятия теории поля.
26. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
27. Производная по направлению.
28. Градиент скалярного поля и его свойства.
29. Векторное поле. Векторные линии поля.
30. Поток поля.
31. Дивергенция поля. Формула Остроградского- Гаусса.
32. Циркуляция поля.
33. Ротор поля. Формула Стокса.
34. Оператор Гамильтона. Векторные дифференциальные операции 1-го порядка.
35. Векторные дифференциальные операции 2-го порядка.
 36. Соленоидальное поле.
37. Потенциальное поле.
38. Гармоническое поле.

Функции комплексной переменной

39. Функции комплексного переменного. Основные понятия. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
40. Основные элементарные функции комплексного переменного.
41. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Эйлера-Даламбера.
42. Аналитическая функция. Дифференциал.
43. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении.
44. Интегрирование функции комплексного переменного. Определение, свойства и правила вычисления интеграла.
45. Теорема Коши. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
46. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
47. Ряды в комплексной плоскости. Числовые ряды.
48. Ряды в комплексной плоскости. Степенные ряды.
49. Ряды в комплексной плоскости. Ряд Тейлора.
50. Нули аналитической функции. Ряд Лорана.
51. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции.
52. Вычет функции. Основная теорема о вычетах.

53. Вычисление вычетов.

7. Тест по проверке остаточных знаний студентов по дисциплине

1. Какая из приведенных функций является линейной:

- a. $y = a^x$;
- b. $y = x^n$;
- c. $y = \lg x$;
- d. $y = \sin x$;
- e. **$y = a \cdot x + b$** .

2. Какая из приведенных функций является степенной:

- a. $y = a^x$;
- b. **$y = x^n$** ;
- c. $y = \lg x$;
- d. $y = \sin x$;
- e. $y = a \cdot x + b$.

3. Какая из приведенных функций является показательной:

- a. **$y = a^x$** ;
- b. $y = x^n$;
- c. $y = \lg x$;
- d. $y = \sin x$;
- e. $y = a \cdot x + b$.

4. Функция $y = a \cdot x + b$ является:

- a. **линейной**;
- b. показательной;
- c. логарифмической;
- d. тригонометрической;
- e. степенной.

5. Функция $y = a^x$ является

- a. линейной;
- b. **показательной**;
- c. логарифмической;
- d. тригонометрической;
- e. степенной.

6. Функция $y = x^n$ является:

- a. линейной;
- b. логарифмической;
- c. тригонометрической;
- d. показательной;
- e. **степенной**.

7. Функция $y = e^x$ является:

- a. линейной;
- b. логарифмической;
- c. тригонометрической;
- d. **показательной**;
- e. степенной.

8. Величины **a** и **b** в выражении $y = a \cdot x + b$ являются:

- a. положительными;
- b. равными;
- c. отрицательными;
- d. равными единицам;
- e. **любыми**.

9. Величина **a** в выражении $y = a^x$ является:

- a. **показательной**;
- b. равной -1;
- c. равной 0;

- d. отрицательной;
- e. любой.

10. Функция называется монотонно возрастающей, если при $\Delta x > 0$:

- a. приращение функции $\Delta y = 0$;
- b. **приращение функции $\Delta y > 0$;**

- c. приращение функции $\Delta y = 0$;

- d. приращение функции $\Delta y < 0$;

- e. приращение функции $\Delta y < 0$.

11. Функция называется монотонно убывающей, если при $\Delta x > 0$:

- a. приращение функции $\Delta y = 0$;

- b. приращение функции $\Delta y > 0$;

- c. приращение функции $\Delta y = 0$;

- d. приращение функции $\Delta y < 0$;

- e. **приращение функции $\Delta y < 0$.**

12. Функция имеет в точке **a** максимум, если первая производная в этой точке:

- a. **меняет знак с плюса на минус;**

- b. меняет знак с минуса на плюс;

- c. остается постоянной;

- d. стремится к бесконечности;

- e. не меняет знак.

13. Функция имеет в точке **a** минимум, если первая производная в этой точке:

- a. меняет знак с плюса на минус;

- b. остается постоянной;

- c. стремится к бесконечности;

- d. **меняет знак с минуса на плюс;**

- e. не меняет знак.

14. Сложной функцией называется:

- a. функция, представляющая собой сумму или разность нескольких функций;

- b. если она является логарифмом x ;

- c. если она равняется синусу x ;

- d. **функция, аргументом которой является другая функция;**

- e. функция, представляющая собой произведение нескольких функций.

15. Производная функции $y = x^n$ равна:

- a. $y' = n \cdot x^n$;

- b. $y' = (n+2) \cdot x^{n+2}$;

- c. $y' = (n+2) \cdot x^{n+1}$;

- d. **$y' = n \cdot x^{n-1}$;**

- e. $y' = (n-1) \cdot x^n$.

16. Производная функции $y = a^x$ равна:

- a. $y' = x \cdot a^x$;

- b. $y' = a^{x-1} \cdot \ln a$;

- c. $y' = a^{x-1} \cdot \lg a$;

- d. $y' = a^{x-2} \cdot \ln a$;

- e. **$y' = a^x \cdot \ln a$.**

17. Производная функции $y = \operatorname{tg} x$ равна:

- a. $y' = 1/\sin x$;

- b. $y' = 1/\sin^2 x$;

- c. $y' = 1/\sin^3 x$;

- d. $y' = 1/\cos^3 x$;

- e. **$y' = 1/\cos^2 x$.**

18. Производная функции $y = \operatorname{ctg} x$ равна:

- a. $y' = 1/\sin x$;
- b. $y' = 1/\cos^3 x$;
- c. $y' = 1/\sin^2 x$;
- d. **$y' = -1/\sin^2 x$** ;
- e. $y' = -1/\cos^2 x$.

19. Производная функции $y = \log_a x$ равна:

- a. $y' = 1/x$;
- b. $y' = 1/(x \cdot \ln e)$;
- c. $y' = 1/(x \cdot \lg 100)$;
- d. **$y' = 1/(x \cdot \ln a)$** ;
- e. $y' = 1/(x \cdot \lg e)$.

20. Производная функции $y = \lg x$ равна:

- a. $y' = 1/x$;
- b. $y' = 1/(x \cdot \ln e)$;
- c. $y' = 1/(x \cdot \lg 100)$;
- d. **$y' = 1/(x \cdot \ln 10)$** ;
- e. $y' = 1/(x \cdot \lg e)$.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

В качестве методического материала рекомендуется использовать:

1. Положение о ФОС в ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» .
2. Положение ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» о модульно-рейтинговой системе оценки учебной деятельности студентов.
3. Процедура проведения оценочных мероприятий.

4.1. Процедура проведения оценочных мероприятий

4.1.1. Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляющуюся на протяжении семестра. К основным формам текущего контроля (текущей аттестации) можно отнести устный опрос, письменные задания, контрольные работы.

Основные этапы текущего контроля:

- в конце каждой лекции или практического занятия студентам выдаются задания для внеаудиторного выполнения по соответствующей теме;
- срок выполнения задания устанавливается по расписанию занятий (к очередной лекции или практическому занятию);
- студентам, пропускающим занятия, выдаются дополнительные задания – представить конспект пропущенного занятия, написанный «от руки» с последующим собеседованием по теме занятия;
- подведение итогов контроля проводится по графику проведения текущего контроля;
- результаты оценки успеваемости заносятся в рейтинговую ведомость и доводятся до сведения студентов;
- студентам не получившим зачетное количество баллов по текущему контролю выдаются дополнительные задания на зачетном занятии в промежуточную аттестацию.

К достоинствам данного типа относится его систематичность, непосредственно коррелирующаяся с требованием постоянного и непрерывного мониторинга качества обучения, а также возможность балльно-рейтинговой оценки успеваемости обучающихся.

Недостатком является фрагментарность и локальность проверки. Компетенцию целиком, а не отдельные ее элементы (знания, умения, навыки) при подобном контроле проверить невозможно.

4.1.2. Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение, как отдельной дисциплины, так и ее раздела (разделов).

Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

Достоинства: помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

Основные формы промежуточной аттестации: зачет и экзамен.

Текущий контроль и промежуточная аттестация традиционно служат основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Основные этапы промежуточной аттестации:

- зачетное занятие (экзамен) проводится по расписанию сессии;
- форма проведения занятия – письменная контрольная работа;
- вид контроля – фронтальный;
- требование к содержанию контрольной работы – дать краткий ответ на поставленный вопрос (задание);
- количество вопросов в зачетном задании;
- итоговая оценка определяется как сумма оценок, полученных в текущей аттестации и по результатам написания контрольной работы;
- проверка ответов и объявление результатов производится в день написания контрольной работы;
- результаты аттестации заносятся в экзаменационно-зачетную ведомость и зачетную книжку студента (при получении зачета).

Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

При первой попытке ликвидации задолженности, во время зачетной недели или в течение сессии, студенту выдаются все задания по текущему контролю и промежуточной аттестации, по которым он не смог набрать зачетное количество баллов.

При ликвидации задолженности после сессии студенту выдаются для выполнения все задания по текущему контролю, кроме аналитического обзора, если он выполнен ранее, и вопросы зачетного занятия промежуточной аттестации, включая дополнительные вопросы по теме аналитического обзора.